

---

**Домашнее задание №8**

---

**Задача №1.** (Гл. 1, №69, неравенство Кантелли)

Пусть  $\mathbb{D}\xi < \infty$ . Докажите, что для любого  $x > 0$  выполнено неравенство

$$\mathbb{P}\{|\xi - \mathbb{E}\xi| \geq x\} \leq \frac{2\mathbb{D}\xi}{x^2 + \mathbb{D}\xi}.$$

**Задача №2.** (Гл. 5, №15)

Пусть  $X_1, X_2, \dots$  — независимые случайные величины, имеющие одинаковое распределение. Пусть в окрестности точки  $t = 0$  характеристическая функция  $X_k$  представима в виде:

$$\varphi_{X_k}(t) = 1 + imt + o(t).$$

Верно ли, что

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{\mathbb{P}} m?$$

**Задача №3.**

1. Пусть  $\xi_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{\text{п.н.}} \xi$  и  $\eta_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{\text{п.н.}} \eta$ . Верно ли, что  $\xi_n + \eta_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{\text{п.н.}} \xi + \eta$ ?
2. Пусть  $\xi_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{L_p} \xi$  и  $\eta_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{L_p} \eta$ . Верно ли, что  $\xi_n + \eta_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{L_p} \xi + \eta$ ?
3. Пусть  $\xi_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{\mathbb{P}} \xi$  и  $\eta_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{\mathbb{P}} \eta$ . Верно ли, что  $\xi_n + \eta_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{\mathbb{P}} \xi + \eta$ ?
4. Пусть  $\xi_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{d} \xi$  и  $\eta_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{d} \eta$ . Верно ли, что  $\xi_n + \eta_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{d} \xi + \eta$ ?