

---

**Домашнее задание №6**

---

**Задача №1.**

Пусть  $\xi$  и  $\eta$  — независимые одинаково распределённые случайные величины и  $\mathbb{E}\xi$  определено. Покажите, что с вероятностью 1 выполнены равенства

$$\mathbb{E}[\xi|\xi + \eta] = \mathbb{E}[\eta|\xi + \eta] = \frac{\xi + \eta}{2}.$$

**Задача №2.**

Пусть  $\xi_1, \xi_2, \dots$  — независимые одинаково распределённые случайные величины с  $\mathbb{E}|\xi_i| < \infty$ . Покажите, что с вероятностью 1 выполнено равенство

$$\mathbb{E}[\xi_1 | S_n, S_{n+1}, \dots] = \frac{S_n}{n}.$$

**Задача №3.** (Задача №101)

Пусть

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} \sim \mathcal{N} \left( \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 & 2 & 7 \\ 2 & 5 & 7 \\ 7 & 7 & 14 \end{pmatrix} \right).$$

- Найдите распределение случайной величины  $Y_1 = X_1 + X_2 - X_3$ .
- Найдите распределение случайной величины  $Y_2 = X_1 + X_2 + X_3$ .
- Найдите  $\mathbb{E}[Y_2 | X_1 = 5, X_2 = 3]$ .
- Найдите  $\mathbb{E}[Y_2 | X_1 = 5, X_2 < 3]$ .