Домашнее задание №1

Задача №1. (Задача №29)[1]

В самолёте n мест. Есть n пассажиров, выстроившихся друг за другом в очередь. Во главе очереди — “заяц” (пассажир без билета). У всех, кроме “зайца”, есть билет, на котором указан номер посадочного места. Так как “заяц” входит первым, он случайным образом занимает некоторое место. Каждый следующий пассажир, входящий в салон самолёта, действует по такому принципу: если его место свободно, то садится на него, если занято, то занимает с равной вероятностью любое свободное. Найдите вероятность того, что последний пассажир сядет на своё место.

Задача №2. (Задача №62, парадокс Бертрана)

Рассмотрим окружность, описанную вокруг равностороннего треугольника. Какова вероятность, что случайным образом проведённая хорда будет иметь длину большую, чем сторона треугольника?

Задача №3.

На окружность случайно и независимо друг от друга бросаются n точек. Какова вероятность того, что они принадлежат одной полуокружности?

Задача №4.

Сотне студентов, приговорённых к утешительной контрольной по АМВ, был дан последний шанс. Студентов по очереди вводят в комнату, где располгаются 100 ящиков, помеченных числами от 1 до 100, и в которых лежат в каком-то порядке номера студентов. Каждый студент может открыть не более 50 ящиков, и его задача состоит в том, чтобы вытащить карточку со своим номером. При этом общаться с другими студентами запрещено. Если хотя бы один не справляется, всех отправляют в армию (даже девочек). Боб пессимистично утверждает, что всё кончено, шансы на успех имеют порядок $\frac{1}{2^100} = 8 \cdot 10^{-31}$, тогда как Алиса, более сведущая в комбинаторике, утверждает, что существует стратегия с вероятностью сдачи более 30 процентов. Кто из студентов прав?

[1]Если в скобках указывается номер задачи, что это соответсвующая задача из сборника задач “Стохастический анализ в задачах”, Н. О. Бузун, А. В. Гасников, Ф. О. Гончаров, О. Г. Горбачёв, С. А. Гуз, Е. А. Крымова, А. А. Натан, Е. О. Черноусова.